***ІI этап 52 Всеукраинской олимпиады по математике 2011-2012 г.***

***6 класс***

1. Может ли среднее арифметическое 35 целых чисел равняться 6,35?
2. Фирма купила на распродаже автомобиль на 35% ниже начальной цены, а продала - на 25% ниже начальной цены. Сколько процентов прибыли она получила, то есть, сколько процентов составляет прибыль от затраченных денег?
3. Найдите все четырехзначные числа, которые после отбрасывания первой цифры уменьшаются в 19 раз.
4. Докажите, что число вида  не может содержать одинаковое количество каждой из цифр 1, 2, …, 9.

5. Можно ли числа 1, 2, …, 9 записать в виде таблицы  так, чтобы сумма любых двух соседних чисел (по вертикали и по горизонтали) была простым числом?

***Указания***

1. Нет.

2. Пусть - начальная цена автомобиля (в некоторых единицах - неважно, в каких). Фирма купила его за , продала - за , а нам следует определить, сколько процентов составляет прибыль  от затраченных денег . Получаем: 

3. Обозначим первую цифру буквой x, трехзначное число, полученное в результате отбрасывания первой цифры - буквой y. Тогда искомое четырехзначное число равно 1000x+y, и условие задачи запишется в виде 1000x + b = 19y, или, что равносильно, 500x=9y. Из этого вытекает, что 500x делится на 9, следовательно, x делится на 9, и x=9 (так как x - цифра). Поэтому y=500, откуда и получается ответ: искомое число равно 9500.

4. Если бы число указанного вида содержало одинаковое количество цифр 1, …, 9, то оно делилось бы на 45. Но 2011 не делится на 3.

5. Нет. Никакие 2 нечетных не могут стоять рядом, значит, в центре нечетное число, а его соседи – 2, 4, 6, 8. но 1 и 8 , 3 и 6, 5 и 4, 7 и 2, 9 и 6 не могут быть соседями.