***ІI этап 52 Всеукраинской олимпиады по математике 2011-2012 г.***

***8 класс***

1. Известно, что числа  рациональны. Являются ли числа  и  рациональными?
2. Дано три числа: . Пусть  - наименьшее из этих чисел. Какое наибольшее значение может принимать ?
3. Можно ли представить число 2012 в виде суммы трехзначного числа и куба суммы цифр этого числа?
4. В коробке лежат 1000 конфет. Играют двое, ходят по очереди. За один ход каждый может взять себе любое число конфет, соблюдая два правила: правило вежливости - нельзя брать конфет больше, чем только что взял противник; правило честности - первым ходом нельзя брать сразу все конфеты. При какой стратегии выиграет первый игрок?
5. Найдите цифры  и , если .

***Указания***

1. Показать, что число  рационально.

2. 

3. Возможны 4 варианта такого «сокращения»: 1) , 2) , 3) , 4) .

1) , откуда . Так как , то , а по условию дробь правильная.

Случай 2) дает тоже отрицательный результат.

3) можно прийти к равенству . Так как должно быть , то , а значит . Получаем , что невозможно.

4) придем к равенству . Далее перебор при . Ответ: .

4. См. 10 кл. №1.

5. Преобразуем к виду , откуда . Из возможных вариантов , или , подходит первый.