***ІI этап 52 Всеукраинской олимпиады по математике 2011-2012 г.***

***9 класс***

1. Покажите, что произведение чисел, представимых в виде суммы двух квадратов, является числом, представимым в виде суммы двух квадратов.
2. В коробке лежат 57 конфет. Играют двое, ходят по очереди. За один ход каждый может взять себе любое число конфет, соблюдая два правила: правило вежливости - нельзя брать конфет больше, чем только что взял противник; правило честности - первым ходом нельзя брать сразу все конфеты. Победившим считается тот, кто возьмет последнюю конфету. Кто выиграет при правильной игре?
3. Коэффициенты  и  квадратного уравнения  увеличили на единицу. Эту операцию повторили четыре раза. Приведите пример такого исходного уравнения, чтобы у каждого из пяти полученных уравнений корни были целыми числами.
4. Дан параллелограмм АВСД. Рассмотрим новый параллелограмм, у которого одна вершина совпадает с вершиной В, соседняя с ней вершина М лежит на стороне АД, а сторона КР, противоположная стороне ВМ, лежит на прямой, проходящей через вершину С. Докажите, что параллелограммы АВСД и ВКРМ равновелики.

5. Найдите два последовательных трехзначных числа, равных кубу суммы своих цифр.

***Указания***

1. .

2. См. 10 кл. №1.

3. 

4. Можно считать, что сторона КР содержит точку С.

5. Пусть  - меньшее из искомых чисел и , тогда  и выполняется равенство , что возможно только при . Сл-но, , т.е. . Так как , то ответ 370 и 371. При  нет решений, при  тоже нет решений.